

## Урок 11-12 (14.02.2007)

# Самоиндукция. Индуктивность. Противо-ЭДС. Электродвигатель и электрогенератор.

### 1. Явление самоиндукции. Индуктивность.

Обобщим, что же мы знаем про взаимодействие электрических зарядов (токов) и магнитного поля:

- на движущийся заряд (ток) в магнитном поле действует сила Лоренца (Ампера);
- движущиеся заряды (ток) порождают вокруг себя (проводника) вихревое магнитное поле (законы Био-Савара и Ампера);
- изменяющееся магнитное поле, проходящее через проводящий контур порождает в нём ЭДС (закон Фарадея), направление ЭДС определяется правилом Ленца.

Если мы возьмем проводящий контур, или катушку (соленоид) и пропустим по нему ток  $I$ , то в контуре (соленоиде) возникнет магнитное поле. В свою очередь это поле «породит» магнитный поток, проходящий через этот контур (соленоид), причём этот поток будет увеличиваться от нуля до некоторой величины (очевидно, т.к. мгновенно он возникнуть не может). Раз поток изменяется (увеличивается), то в контуре возникнет ЭДС индукции. Притом так, чтобы препятствовать пропускаемому току, по правилу Ленца и здравому смыслу, т.е. такая ЭДС, короткая создает магнитный поток, противоположный начальному.

Из этих размышлений следуют две вещи.

Первое: ток, протекающий в контуре, создает магнитный поток, проходящий через этот контур.

Второе: возникающая ЭДС имеет полярность, противоположная порождающему её току. Такую ЭДС называют *противо-ЭДС*, или *ЭДС самоиндукции*.

Первое явление называется *самоиндукцией*. При этом, очевидно, возникающий магнитный поток пропорционален току, его порождающему:

$$\Phi = LI,$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, называемый *индуктивностью*.

Индуктивность зависит от формы контура (соленоида), количества витков, материала сердечника (а что такое сердечник?) и т.д. Если у нас есть готовая катушка, то мы можем определить экспериментально её индуктивность.

В системе СИ индуктивность измеряют в генри (Гн). Индуктивность контура равна 1 Гн, если при скорости изменения силы тока в нем, равной 1 А/с, возникает ЭДС самоиндукции 1 В.

По закону Фарадея

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}.$$

#### *Индуктивность соленоида.*

Обычно индуктивность определяют экспериментально, или считают по эмпирическим инженерным формулам. Тем не менее можно «в лоб» посчитать индуктивность соленоида.

Мы вывели ранее поле соленоида:

$$B = \mu_0 n I,$$

Значит, поток через один виток:

$$\Phi_1 = BS,$$

а через все витки:

$$\Phi = BNS = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} I.$$

Следовательно, по определению индуктивности:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 n^2 V.$$

*Заметим, что обычно индуктивность в задаче задаётся явно, и её считать не нужно.*

## 2. Генератор и электродвигатель.

Простейшая модель электродвигателя – проводящая планка, скользящая по рельсам, в перпендикулярном магнитном поле. Если к рельсам приложить напряжение, то на планку начинает действовать сила Ампера и она начинает двигаться.

Однако, если планку двигать искусственно, с помощью внешней силы, то она, наоборот, начнёт «вырабатывать» напряжение.

Из этого примера видно, что электрогенератор и электродвигатель – в сущности одно и то же... Аналогично можно рассмотреть вращение рамки в магнитном поле: если по рамке пустить ток, то она вращается (электродвигатель), а если её вращать внешними силами, то на концах рамки возникает ЭДС.

Далее рассмотрим устройство генератора псевдо-постоянного тока с большим количеством обмоток...

### *Противо-ЭДС в электродвигателе.*

Рассмотрим такую страшную задачу:

Сопротивление обмотки ротора двигателя постоянного тока равно  $R = 5,0 \text{ Ом}$ . Двигатель подключен к источнику с напряжением  $U = 120 \text{ В}$ , и, когда двигатель развивает полные обороты при нормальной нагрузке, противо-ЭДС равна  $\varepsilon_{\text{инд}} = 108 \text{ В}$ . Рассчитать силу тока в двигателе в момент пуска и силу тока при полных оборотах.

*Решение.* В момент пуска электродвигателя ротор практически неподвижен. Поэтому противо-ЭДС равна нулю, и, по закону Ома,  $I_{\text{старт}} = U/R = 24 \text{ А}$ . При нормальной нагрузке у нас, как сказано в задаче, возникает ЭДС самоиндукции  $\varepsilon_{\text{инд}}$ , направленная против внешнего напряжения. Поэтому рабочий ток:  $I = (U - \varepsilon_{\text{инд}})/R = 2,4 \text{ А}$ .

### *Мощность и КПД электродвигателя.*

Пусть сопротивление обмотки якоря равно  $R$ , напряжение в сети  $U$ , трение отсутствует. Пусть, при этом, «извне» к якорю приложен постоянный вращающий мо-

мент  $M$  (механическая нагрузка). Пусть, наконец, двигатель работает в стационарном режиме, т.е. якорь вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , при этом через обмотку якоря идёт ток  $I$ .

В этом случае мы можем, воспользовавшись законом сохранения энергии, приравнять потребляемую из сети мощность  $P = UI$  сумме механической мощности  $P_M$  и теплоте, выделяющейся за единицу времени  $I^2 R$ :

$$UI = P_M + I^2 R.$$

При этом ток в цепи можно записать, с учётом возникающей ЭДС самоиндукции:

$$I = \frac{U - \varepsilon}{R},$$

где  $\varepsilon$  – абсолютная величина ЭДС самоиндукции.

Из этих двух формул видно, что

$$P_M = I\varepsilon.$$

С другой стороны, т.к. скорость вращения якоря постоянна и геометрия обмоток не меняется, ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна скорости вращения:

$$\varepsilon = \xi\omega,$$

где  $\xi$  – коэффициент пропорциональности.

С другой стороны механическая мощность при равномерном движении равна

$$P_M = M\omega,$$

следовательно

$$I = \frac{P_M}{\varepsilon} = \frac{M\omega}{\xi\omega} = M/\xi.$$

При неподвижном якоре ЭДС самоиндукции равна нулю и ток в цепи максимальный:

$$I_{\max} = U/R,$$

в этот же момент (т.е. пока якорь неподвижен) двигатель развивает максимальный крутящий момент:

$$M_{\max} = \frac{U\xi}{R}.$$

Оценим, как себя ведёт механическая мощность, развиваемая электродвигателем.

$$P_M = IU - I^2 R = \frac{U}{\xi} M - \frac{R}{\xi^2} M^2.$$

Это уравнение симметричной параболы, с ветвями, направленными вниз. Очевидно, что механическая мощность равна нулю, при  $M = 0$  и при  $M = M_{\max}$  (холостой ход и остановка якоря). Максимальная мощность достигается посередине, при  $M = M_{\max}/2$  и равна

$$P_{M \max} = \frac{1}{4} P_{\max} = \frac{1}{4} \frac{U^2}{R},$$

где  $P_{\max} = I_{\max} U = \frac{U^2}{R}$ .

КПД электродвигателя:

$$\eta = \frac{P_M}{P} = 1 - \frac{R}{\xi U} M.$$

Заметим, что КПД электродвигателя максимальна (и равна 100%) при  $M = 0$ , т.е. когда двигатель не работает... Это показывает, в очередной раз, что КПД – не единственная характеристика, которую надо максимизировать.

### ***Индукционные токи и другие эффекты.***

Несколько эффектов: вихревые токи (токи Фуко), магнитный демпфер, наборный сердечник.

### **3. Задачи**

1. Частота ротора электродвигателя постоянного тока, включенного в цепь батареи с разностью потенциалов  $U = 24 \text{ В}$ , при полном сопротивлении цепи  $R = 20 \text{ Ом}$  равна  $\nu = 600 \text{ мин}^{-1}$  при токе в цепи  $I = 0,2 \text{ А}$ . Какую ЭДС разовьет тот же двигатель, работая в качестве динамо-машины с частотой  $\nu_0 = 1200 \text{ мин}^{-1}$ ?
2. Какую частоту разовьет электродвигатель постоянного тока с постоянным магнитом, включенный в цепь с ЭДС  $\varepsilon$  при полном сопротивлении цепи  $R$ , если, работая в качестве генератора, он развивает ЭДС  $\varepsilon_0$  при частоте  $\nu_0$ ? Момент силы трения на оси двигателя равен  $M$ . 
$$\left[ \nu = \nu_0 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - \frac{2\pi MR\nu_0}{\varepsilon_0^2} \right) \right]$$
3. Какую ЭДС развивает динамо-машина постоянного тока, если при сопротивлении цепи  $R_1 = 300 \text{ Ом}$  на вращение ротора затрачивается мощность  $P_1 = 50 \text{ Вт}$ , а потери на трение составляют  $\chi = 4\%$  по мощности? Какую мощность для поддержания той же частоты необходимо затрачивать при сопротивлении цепи  $R_2 = 60 \text{ Ом}$ ?